

# PENGAJIAN MEDAN NUKLEASI PERMUKAAN SUPERKONDUKTOR AN-ISOTROPIK TIPE II

Fuad Anwar, Pekik Nurwantoro, Harsoyo  
email : fuada70@yahoo.com

## INTISARI

Telah dilakukan pengkajian medan nukleasi permukaan  $H_{c3}$  superkonduktor an-isotropik tipe II yang berbentuk irisan semi tak berhingga dengan menggunakan metode variasi. Metode ini digunakan dengan memilih beberapa parameter yang tepat dan suatu fungsi coba yang sesuai kemudian mensubstitusikannya ke dalam Persamaan Ginzburg-Landau sehingga diperoleh suatu persamaan fungsi eigen. Proses minimisasi harga eigen dengan memakai program komputer menghasilkan harga  $H_{c3}$  sebagai fungsi parameter an-isotropik dan arah medan magnet luar. Ketika dibandingkan dengan hasil penelitian sebelumnya, terlihat metode komputasi yang dipakai sudah benar, namun karena deret fungsi coba kurang panjang, maka hasilnya sedikit kurang teliti.

## ANALYSIS OF NUCLEATION FIELD OF TIPE II ANISOTROPIC SUPERCONDUCTOR

### ABSTRACT

It has been done analysis of surface nucleation field at  $H_{c3}$  of tipe II anisotropic superconductor in the form of semi infinite slab using variation methods. Using substitution some appropriate parameters and a suitable trial function into Ginzburg-Landau equation, it will be equation of eigen function. Minimisation of the value eigen processed computationally produces  $H_{c3}$  in the function of anisotropic parameter and direction of external magnetic field. When the results compared with the researches before, it is seen this computational method is right, but in the cause of a serie of trial function is not long, the result is less accurate a little.

## 1. PENDAHULUAN

*Superkonduktivitas* suatu bahan superkonduktor dibatasi oleh adanya *suhu kritis*,  $T_c$  dan *medan magnet kritis*,  $H_c$ . Tidak seperti suhu kritis yang hanya mempunyai satu tingkatan harga, medan magnet kritis pada superkonduktor tipe II mempunyai tiga tingkatan harga, yaitu  $H_{c1}$ ,  $H_{c2}$  dan  $H_{c3}$  ( Cyrot dan Pavuna, 1992 ). Di bawah  $H_{c1}$  terjadi fenomena *superkonduktivitas sempurna*, di antara  $H_{c1}$  dan  $H_{c2}$  terjadi fenomena *superkonduktivitas sebagian ( mixed state )*, dan di antara  $H_{c2}$  dan  $H_{c3}$  terjadi fenomena *superkonduktivitas permukaan*. Medan  $H_{c1}$  dan  $H_{c2}$  dikenal sebagai *medan kritis rendah ( lower critical field )* dan *medan kritis tinggi ( upper critical field )*, sedangkan medan  $H_{c3}$  dikenal dengan istilah *medan kritis permukaan ( surface critical field )* atau *medan nukleasi permukaan ( surface nucleation field )*.

Dengan menganalisa *Persamaan Ginzburg-Landau linear* dan *syarat batasnya*, Saint-James dan de Gennes (Tinkham, 1996) dapat menunjukkan bahwa medan nukleasi permukaan berharga 1,695 kali  $H_{c2}$  ketika medan magnet luar yang dikenakan *sejajar* dengan permukaan bahan superkonduktor. Saint-James dan de Gennes juga menunjukkan bahwa harga medan nukleasi permukaan tersebut akan berubah menjadi sama dengan  $H_{c2}$  ketika medan magnet luarnya *tegak lurus* permukaan bahan. Hal ini menunjukkan adanya hubungan antara *harga medan nukleasi permukaan superkonduktor* dan *arah medan magnet luar* yang mempengaruhinya.

Berdasarkan kenyataan di atas, beberapa peneliti seperti Tinkham (1963), Tomasch dan Joseph (1964), Burger *dkk.* (1965) serta Yamafuji *dkk.* (1966) berusaha menganalisa secara teoretis dan membuktikan secara eksperimen hubungan antara harga medan nukleasi permukaan superkonduktor dan arah medan magnet luar. Karena belum ada kesesuaian hasil penelitian dari tiap kelompok peneliti tersebut, Nurwantoro (1988) ikut berusaha mengembangkan perumusan hubungan tersebut dengan metode variasi. Hasilnya menunjukkan bahwa cara ini cukup sederhana tetapi efektif dan sesuai dengan hasil penelitian teoritis para peneliti sebelumnya.

Akhir-akhir ini, telah ditemukan jenis superkonduktor baru yang mempunyai suhu kritis cukup tinggi ( $> 30\text{ K}$ ) dan masih dikembangkan terus (Cyrot, 1992). Superkonduktor tersebut termasuk superkonduktor tipe II dan terbuat dari bahan *oksida keramik* yang cenderung *bersifat anisotropik*. Penelitian Chin dan Orlando (1988) menunjukkan perlunya efek an-isotropik ini diperhitungkan dalam merumuskan harga medan nukleasi permukaan.

Berdasarkan uraian di atas, hendak dikaji bagaimana cara mencari hubungan antara harga medan nukleasi permukaan superkonduktor an-isotropik tipe II dan arah medan magnet luar dengan metode variasi.

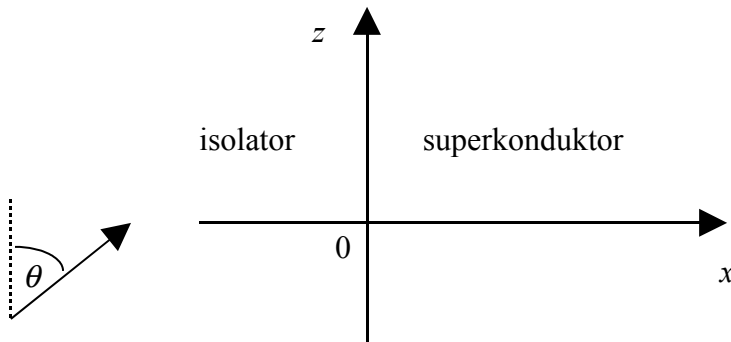
## 2. METODE KOMPUTASI

Dalam penelitian ini, bentuk geometri superkonduktor an-isotropik tipe II yang akan dikaji adalah irisan semi tak berhingga dan dianggap berbatasan dengan isolator seperti terlihat di Gambar 1. Superkonduktor tersebut dikenai medan magnet  $\mathbf{H}$  sedemikian rupa sehingga potensial vektor  $\mathbf{A}$  berharga :

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, \mu_0 H x \cos \theta - \mu_0 H z \sin \theta, 0) \quad (1)$$

Keadaan an-isotropik bahan superkonduktor dicirikan dengan massanya yang berharga :

$$\frac{1}{m_{ij}} = \frac{\delta_{ij}}{m_i} \quad (2)$$



Gambar 1 Keadaan superkonduktor an-isotropik yang hendak diteliti

Mengacu pada kerja Chin dan Orlando (1988), persamaan Ginzburg-Landau linear yang sesuai dengan permasalahan di atas adalah :

$$\sum_{i,j}^3 \left[ -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} - 2e\mathbf{A}_i \right] \frac{1}{2m_{ij}} \left[ -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j} - 2e\mathbf{A}_j \right] \psi(\mathbf{r}) = |\alpha(T)| \psi(\mathbf{r}) \quad (3)$$

dan syarat batasnya adalah :

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \quad (4)$$

Persamaan (3) dapat diselesaikan dengan membuat permisalan harga  $\Psi$  sebagai :

$$\Psi = f(x, y) e^{i k y \cos \theta} \quad (5)$$

dan memilih parameter-parameter berikut :

$$\beta_x = \sqrt{\frac{m_y}{m_x}} \quad \text{dan} \quad \beta_z = \sqrt{\frac{m_y}{m_z}} \quad (6)$$

$$X \equiv x \sqrt{\frac{4e\mu_0 H \cos \theta}{\beta_x \hbar}} \quad (7b)$$

$$Z \equiv z \sqrt{\frac{4e\mu_0 H \sin \theta}{\beta_z \hbar}} \quad (7b)$$

$$X_0 \equiv k \cos \theta \sqrt{\frac{\hbar}{e\mu_0 H}} \quad (7c)$$

$$\varepsilon = \frac{H_{c2}(T)}{H} = \frac{-\alpha m_y}{e\mu_0 H \hbar} \quad (8)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (1), (2), (5) dan parameter-parameter di atas ke dalam persamaan (3) dan (4) akan diperoleh :

$$\begin{aligned} \hat{A}f = & -2\beta_z \sin \theta \left( \frac{\partial^2}{\partial Z^2} - \frac{Z^2}{4} \right) f - 2\beta_x \cos \theta \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} - \frac{X^2}{4} \right) f \\ & - X \sqrt{\beta_x \beta_z \sin \theta \cos \theta} f - XX_0 \sqrt{\beta_x \cos \theta} f \\ & + ZX_0 \sqrt{\beta_z \sin \theta} f + \frac{X_0^2}{2} f = \varepsilon f \end{aligned} \quad (9)$$

dan

$$\frac{\partial f}{\partial X} = 0 \quad \text{di} \quad X = 0 \quad (10)$$

Selain keadaan syarat batas persamaan (10), menurut Nurwantoro (1998), superkonduktivitas bahan mulai ada di batas permukaan irisan bahan dan menghilang di jarak yang jauh dari permukaan, sehingga didapat syarat batas tambahan :

$$f(X,Z) \rightarrow 0 \text{ jika } X \rightarrow \infty \quad (11)$$

Persamaan (9) di atas berbentuk fungsi eigen, di mana  $\varepsilon$  merupakan harga eigennya. Menurut persamaan (8), jika harga eigen  $\varepsilon$  tersebut diberikan harga terkecilnya, maka akan diperoleh harga  $H$  terbesar. Harga  $H$  terbesar ini menunjukkan batas harga medan magnet luar terbesar yang mengenai permukaan superkonduktor di mana tepat pada saat itu, sifat superkonduktif mulai timbul di permukaan bahan. Dengan demikian, harga  $H$  terbesar ini dapat diartikan sebagai medan nukleasi permukaan dan persamaan (8) dapat dituliskan dalam bentuk lain, yaitu :

$$\frac{H_{c2}}{H_{c3}} = \varepsilon_0 \quad (12)$$

di mana  $\varepsilon_0 =$  harga eigen  $\varepsilon$  terkecil

Cara mencari nilai minimum harga eigen  $\varepsilon$  persamaan (8) dalam penelitian ini akan dilakukan dengan metode variasi. Di dalam metode variasi, suatu persamaan fungsi eigen yang berbentuk *Sturm-Liouville* berikut :

$$\frac{d}{dx} \left( p \frac{dy}{dx} \right) + qy + \varepsilon wy = 0 \quad (13)$$

yang mempunyai syarat batas :

$$py \frac{dy}{dx} = 0 \text{ pada batas } x = x_0 \text{ dan } x = x_1 \quad (14)$$

akan mempunyai harga eigen  $\varepsilon$  yang sebanding dengan fungsional  $F[y]$  berikut :

$$F[y] = - \frac{\int_{x_0}^{x_1} y \left[ \frac{d}{dx} \left( p \frac{dy}{dx} \right) + qy \right] dx}{\int_{x_0}^{x_1} y^2 w dx} \quad (15)$$

di mana  $p, q$  dan  $w$  merupakan fungsi dari  $x$ . Jika dapat dipilih suatu fungsi coba  $y$  yang sesuai dengan persamaan (13) dan syarat batas persamaan (14), maka nilai minimum harga eigen  $\varepsilon$  akan sebanding dengan nilai minimum fungsional  $F[y]$  yang telah disubstitusi fungsi coba  $y$  tersebut.

Mengacu pada uraian di atas, dipilih suatu fungsi coba sebagai berikut :

$$g(X, Z) = \sum_{i=0}^{N_z} \sum_{j=0}^{N_x} \frac{a_{ij} e^{-Z^2/4} H_i(Z) e^{-\gamma X^2} X^{2j}}{\sqrt{2^i i!} \sqrt{2\pi}} \quad (16)$$

di mana  $H_i(Z)$  merupakan polinomial Hermite,  $a_{ij}$  dan  $\gamma$  merupakan parameter variasi yang akan ditentukan dalam proses minimisasi, sedangkan  $N_x$  dan  $N_z$  merupakan bilangan bulat yang akan menentukan jumlah suku-sukunya. Dengan mengkombinasikan persamaan (9), (15) dan (16), maka dapat diperoleh suatu fungsional  $F[g]$  yang analog dengan persamaan (15) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F[g] = & \frac{X_0^2}{2} + \left[ 2\beta_z \sin\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ \left( -g \frac{\partial^2 g}{\partial Z^2} + \frac{Z^2}{4} g^2 \right) + 2\beta_x \cos\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ \left( -g \frac{\partial^2 g}{\partial X^2} + \frac{X^2}{4} g^2 \right) \right. \\ & - \sqrt{\beta_x \beta_z} \sin\theta \cos\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ ZXg^2 - X_0 \sqrt{\beta_x \cos\theta} f \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ Xg^2 \\ & \left. + X_0 \sqrt{\beta_z \sin\theta} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ Zg^2 \right] \times \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ g^2 \right)^{-1} \quad (17) \end{aligned}$$

Secara analitik, harga  $F[g]$  minimum jika  $\frac{\partial F[g]}{\partial X_0} = 0$  dan  $\frac{\partial^2 F[g]}{\partial X_0^2} > 0$ . Dengan cara tersebut, diperoleh

harga  $X_0$ ; sebagai :

$$X_0 = \left[ - \sqrt{\beta_x \cos\theta} f \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ Xg^2 \right]$$

$$+ \sqrt{\beta_z \sin \theta} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ Zg^2 \left] \times \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dXdZ g^2 \right)^{-1} \quad (18)$$

Jika ada persamaan integral berikut :

$$I_n = \int_0^{\infty} dXX^n e^{-2\gamma X^2} \quad (19)$$

Harga  $I_n$  dapat diselesaikan dengan hubungan rekursi sebagai :

$$I_n = \frac{n-1}{4\gamma} I_{n-2} \quad (20)$$

dengan

$$I_1 = \frac{1}{4\gamma} \text{ dan } I_0 = \sqrt{\frac{\pi}{8\gamma}} \quad (21)$$

Dengan memperhatikan cara menyelesaikan integral dengan hubungan rekursi tersebut dan sifat-sifat Polinomial Hermite, persamaan fungsional (17) dapat diselesaikan sehingga menjadi :

$$F(\gamma, \{a_{ij}\}) = \left[ \frac{T_1 + T_2 + T_3 - T_4}{T_7} - \frac{(T_5 - T_6)^2}{2T_7^2} \right] \quad (22)$$

di mana :

$$T_1 = 2\beta_z \sin \theta \sum_{i=0}^{Nz} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} \left(i + \frac{1}{2}\right) I_{2j+2l} a_{ij} a_{il}$$

$$T_2 = 8\beta_x \cos \theta \sum_{i=0}^{Nz} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} \left[ j l I_{2(j+l-1)} + \gamma^2 I_{2(j+l+1)} - (j+l) \gamma I_{2(j+l)} \right] a_{ij} a_{il}$$

$$T_3 = \frac{\beta_x \cos \theta}{2} \sum_{i=0}^{Nz} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} I_{2(j+l+1)} a_{ij} a_{il}$$

$$T_4 = \sqrt{\beta_x \beta_z \sin \theta \cos \theta} \sum_{i=0}^{Nz-1} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} \sqrt{i+1} I_{2(j+l+1)} (a_{i+1j} a_{il} + a_{ij} a_{i+1l})$$

$$T_5 = \sqrt{\beta_x \cos \theta} \sum_{i=0}^{Nz} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} I_{2(j+l)+1} a_{ij} a_{il}$$

$$T_6 = \sqrt{\beta_z \sin \theta} \sum_{i=0}^{Nz-1} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} \sqrt{i+1} I_{2(j+l)} (a_{i+1,j} a_{il} + a_{ij} a_{i+1,l})$$

$$T_7 = \sum_{i=0}^{Nz} \sum_{j=0}^{Nx} \sum_{l=0}^{Nx} I_{2(j+l)} a_{ij} a_{il}$$

dan  $I_n$  sama dengan persamaan (20) dan (21) di atas.

Jika fungsional  $F(\gamma, \{a_{ij}\})$  persamaan (22) tersebut diminimisasikan terhadap satu set parameter variasi ( $\gamma, \{a_{ij}\}$ ), maka akan diperoleh harga eigen terkecil  $\varepsilon_0$  yang berhubungan dengan harga medan kritis permukaan  $H_{c3}$  seperti berikut :

$$\varepsilon_0 = \text{harga minimum } F(\gamma, \{a_{ij}\}) \quad (23)$$

$$H_{c3} = \frac{H_{c2}}{\varepsilon_0} \text{ atau } \frac{H_{c2}}{H_{c3}} = \varepsilon_0 \quad (24)$$

Secara tidak langsung, harga  $H_{c2}/H_{c3}$  persamaan (24) tersebut merupakan fungsi dari sudut  $\theta$ , parameter an-isotropik  $\beta_x$  dan  $\beta_z$ , satu set parameter  $a_{ij}$  dan  $\gamma$ , serta  $Nx$  dan  $Nz$ . Sudut  $\theta$  digunakan untuk menentukan arah medan magnet luar  $\mathbf{H}$ . Harga  $\beta_x$  dan  $\beta_y$  dipakai untuk menentukan sifat isotropik atau an-isotropik superkonduktor, di mana jika harga  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  bernilai satu, maka akan diperoleh harga  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor isotropik, sebaliknya jika diberi nilai pecahan, maka akan diperoleh harga  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor an-isotropik. Satu set parameter  $a_{ij}$  dan  $\gamma$  merupakan parameter variasi dalam proses minimisasi. Harga  $Nx$  dan  $Nz$  digunakan untuk menentukan panjang deret fungsi coba persamaan (16).

Adapun cara mencari harga minimum  $F(\gamma, \{a_{ij}\})$  dalam penelitian ini dilakukan dengan memakai program komputer. Program tersebut memakai *Procedure Amoeba* dari buku *Numerical-*



*Recipes* (Press, 1987), yaitu suatu *procedure* yang digunakan untuk mencari nilai minimum suatu fungsi berdasarkan *Metode Minimisasi Downhill Simplex*.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari metode komputasi yang digunakan, dapat diperoleh data harga  $H_{c2}/H_{c3}$  untuk berbagai sudut  $\theta$  serta untuk berbagai harga  $\beta_x$  dan  $\beta_z$ . Untuk mengetahui kebenaran metode komputasi ini, hasilnya perlu dibandingkan dengan hasil para peneliti sebelumnya. Jika harga  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  dipilih berharga satu serta sudut  $\theta = 0^\circ$  dan  $\theta = 90^\circ$ , maka harga  $H_{c2}/H_{c3}$  metode komputasi ini dapat dibandingkan dengan hasil penelitian Saint-James dan de Gennes (Tinkham, 1996), seperti dapat dilihat di Tabel 1.

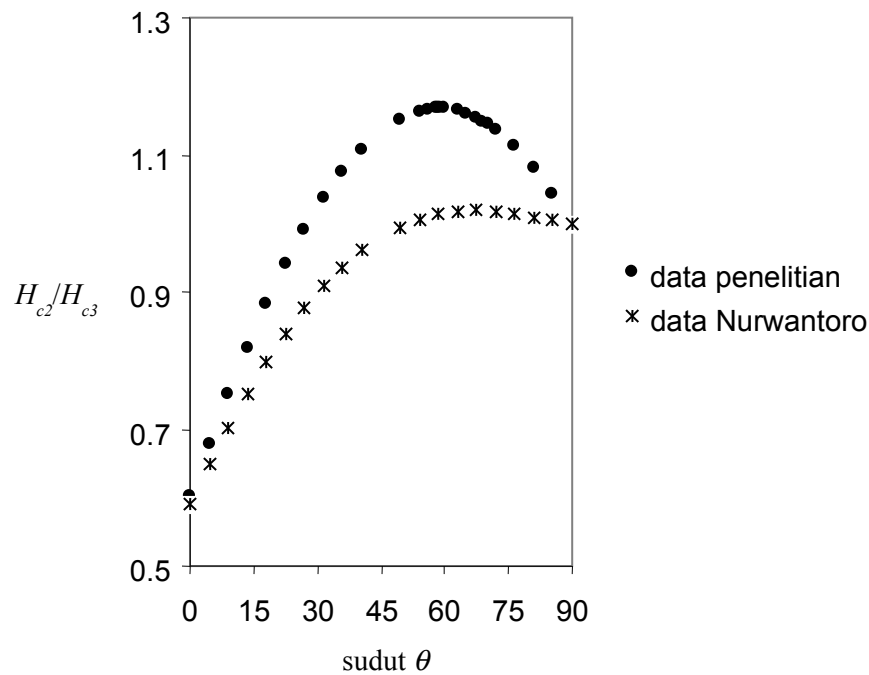
Tabel 1 Harga  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor isotropik ( $\beta_x=1$  dan  $\beta_z=1$ ) hasil penelitian Saint-James dan de Gennes serta penelitian ini.

| Jenis Penelitian                     |                         | Harga $H_{c2}/H_{c3}$ pada  |                     |
|--------------------------------------|-------------------------|---|---------------------|
|                                      |                         | $\theta = 0^\circ$  | $\theta = 90^\circ$ |
| Penelitian Saint-James dan de Gennes |                         | 0,59  | 1                   |
| Penelitian ini                       | $N_x = 1$ dan $N_z = 1$ | 1,183622  | 1,000000            |
|                                      | $N_x = 2$ dan $N_z = 2$ | 0,890298  | 1,000000            |
|                                      | $N_x = 3$ dan $N_z = 3$ | 0,750128  | 1,000000            |
|                                      | $N_x = 4$ dan $N_z = 4$ | 0,602810  | 1,000000            |
|                                      | $N_x = 5$ dan $N_z = 5$ | Sulit menentukan harga awal $a_{ij}$ dan $\gamma$ di program komputer |                     |

Dari tabel tersebut terlihat bahwa dengan metode ini, harga  $H_{c2}/H_{c3}$  akan semakin mendekati hasil penelitian Saint-James dan de Gennes, jika harga  $N_x$  dan  $N_z$  dipilih berharga semakin besar. Harga terbesar yang bisa dipilih adalah empat, karena di atas harga tersebut, harga awal  $a_{ij}$  dan  $\gamma$  yang harus diberikan di program komputer sulit ditentukan. Dengan demikian dapat disimpulkan

bahwa metode komputasi ini akan memberikan hasil yang optimal jika dipilih  $N_x=4$  dan  $N_z=4$ , di mana dengan pilihan tersebut, parameter variasi akan berjumlah 26 buah.

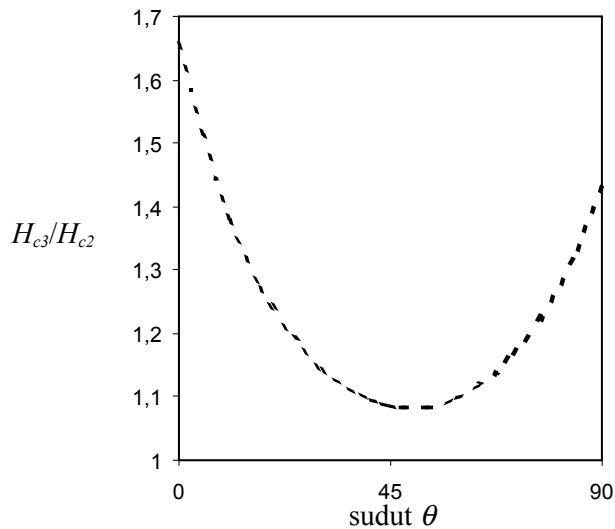
Untuk parameter variasi berjumlah 26 buah serta  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  berharga satu, gambar grafik hasil penelitian ini dibandingkan dengan hasil penelitian Nurwantoro dapat dilihat di Gambar 2 berikut



Gambar 2 Grafik perbandingan harga  $H_{c2}/H_{c3}$  antara penelitian ini dan penelitian Nurwantoro (1998)

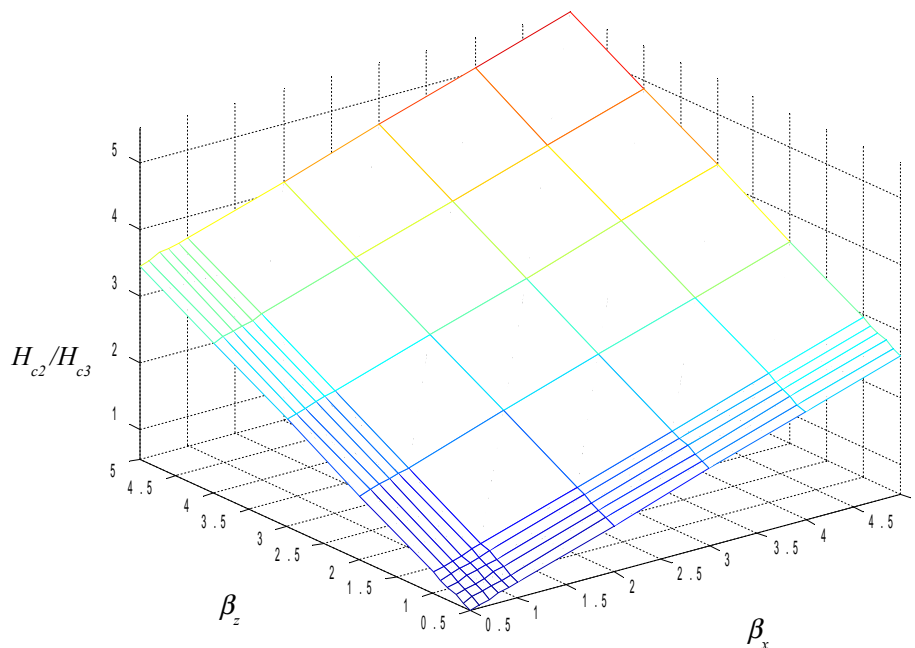
Dari gambar tersebut terlihat kurva data  $H_{c2}/H_{c3}$  penelitian ini berharga lebih besar dibandingkan dengan data Nurwantoro, namun mempunyai kecenderungan grafik yang sama. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa metode komputasi di dalam penelitian ini secara umum sudah benar, namun hasilnya sedikit kurang teliti. Meski demikian, sampai dengan satu angka di belakang koma, hasil penelitian ini dapat dianggap benar. Kekurangtelitian metode ini diperkirakan karena harga  $N_x$  dan  $N_z$  yang kurang besar. Selain itu, faktor pembulatan dalam perhitungan

numerik juga ikut mempengaruhi kekurangtelitian, namun diperkirakan pengaruhnya jauh lebih kecil dibandingkan dengan faktor harga  $N_x$  dan  $N_z$ .



Gambar 3 Grafik  $H_{c3}/H_{c2}$  superkonduktor an-isotropik sebagai fungsi sudut  $\theta$  pada  $\beta_x=1$  dan  $\beta_z=0.7$

Setelah dibandingkan dengan hasil peneliti lain untuk superkonduktor isotropik, metode ini akan dibandingkan dengan hasil penelitian lain untuk superkonduktor an-isotropik. Ketika hasil perhitungan dibuat dalam bentuk  $H_{c3}/H_{c2}$  dengan harga  $\beta_x=1$  dan  $\beta_z=0,7$  maka dalam batas sudut  $\theta$  antara  $0^\circ$  sampai  $90^\circ$ , keadaannya sama dengan hasil penelitian Chin dan Orlando (1988) seperti terlihat di Gambar 3. Jika kedua gambar tersebut dibandingkan, maka terlihat kurva  $H_{c3}$  hasil penelitian ini mempunyai kecenderungan grafik yang sama dengan kurva  $H_{c3}$  tanpa efek proksimitas hasil penelitian Chin dan Orlando, tetapi dengan harga yang sedikit berbeda. Hasil ini memperkuat kesimpulan bahwa metode komputasi di dalam penelitian ini sudah benar, namun hasilnya sedikit kurang teliti.



Gambar 4 Grafik tiga dimensi  $H_{c2}/H_{c3}$  sebagai fungsi  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  untuk sudut  $\theta = 40^\circ$

Selanjutnya, jika harga  $H_{c2}/H_{c3}$  sebagai fungsi  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  dianalisa lebih jauh lagi, tampak jika  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  berharga tidak satu, ternyata bisa menaikkan atau menurunkan harga  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor isotropik. Dengan membuat grafik tiga dimensinya, terlihat di Gambar 4 grafik  $H_{c2}/H_{c3}$  berbanding lurus dengan harga  $\beta_x$  dan  $\beta_z$  untuk sudut tertentu. Dari analisa terhadap gambar tersebut, dapat diperkirakan suatu rumus umum  $H_{c2}/H_{c3}$  untuk superkonduktor an-isotropik sebagai berikut :

$$\frac{H_{c2}}{H_{c3}}(\beta_x, \beta_z) = \frac{H_{c2}}{H_{c3}}(1,1)\beta_x + (\beta_z - \beta_x)\sin\theta \quad (24)$$

di mana  $\frac{H_{c2}}{H_{c3}}(1,1)$  adalah  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor isotropik ( $\beta_x = 1$  dan  $\beta_z = 1$ ) untuk sudut  $\theta$  tertentu, dan  $\frac{H_{c2}}{H_{c3}}(\beta_x, \beta_z)$  adalah  $H_{c2}/H_{c3}$  superkonduktor an-isotropik untuk sudut  $\theta$  yang sama dengan  $\frac{H_{c2}}{H_{c3}}(1,1)$

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan uraian sebelumnya dapat disimpulkan bahwa metode komputasi di dalam penelitian ini sudah benar, namun hasilnya kurang teliti. Mengingat sebab utama kekurangtelitian adalah deret fungsi coba yang kurang panjang, maka jika hendak dilakukan penelitian serupa perlu dicoba memakai metode minimisasi lain yang memungkinkan digunakannya fungsi coba dengan deret yang lebih panjang.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Arfken, G., 1985, *Mathematical Methods for Physicist*, Third Edition, Academic Press. Inc., Orlando.
- Burger, J.P., Deutscher G., Guyon, E. dan Martinet, A., 1965, Behavior of First- and Second-kind Superconducting Films Near Their Critical Fields, *Phys. Rev.*, 137A, 835 - 859.
- Chin, C. C. dan Orlando, T.P., 1988, Angular Dependence of  $H_{c3}$  for an Anisotropic Superconductor with Proximity Effect, *Phys. Rev. B*, 37, 5811 - 5813.
- Cyrot, M. dan Pavuna, M., 1992, *Introduction to Superconductivity and High Tc Material*, World Scientific Publication co. Ptc. Ltd., Singapore.
- Nurwantoro, P., 1998, *A Theoretical Study of The Surface Nucleat Addisson on Field at Hc3 and of Superconducting Surface Sheaths in Isotropic Type-II Superconductors*, Doctor of Philosophy's Thesis, University of Birmingham, Birmingham, tidak dipublikasikan.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. dan Vetterling, W.T., 1989, *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Suzuki, M., 1989, Angular Dependence of The Upper Critical Field of  $\text{La}_{1.85}\text{Sr}_{0.15}\text{CuO}_4$  Single-Crystal Thin Films, *Jap. J. Appl.Phys.*, 28, L1541-L1544.
- Tinkham, M., 1996, *Introduction to Superconductivity*, McGraw-Hill Inc. , Singapore.
- Tinkham, M., 1963, Effect of Fluxoid Quantization on Transition of Superconducting Films, *Phys. Rev.*, 129, 2413 - 2422.
- Tomasch, W.J. dan Joseph, A.S., 1964, Experimental Evidence for a New Superconducting Phase Nucleation Field in Type-II Superconductors, *Phys. Rev. Lett.*, 12, 148 - 150.
- Welp, U., Kwok, W.K., Crabtree, G.W., Vandervoort, K.G. dan Liu, J.Z., 1989, Angular Dependence of The Upper Critical Field of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  Single Crystals, *Phys. Rev. B*, 40, 5263-5265.
- Yamafuji, K., Kusayanagi, E. dan Irie, F., 1966, On the Angular Dependence of the Surface Superconducting Critical Field, *Phys. Lett.*, 21, 11 – 13.